**Основные понятия и аксиомы динамики. Понятие о трении**

*Студенты должны:*

*Иметь представление о массе тела и ускорении свободного па­дения, о связи между силовыми и кинематическими параметрами движения, о двух основных задачах динамики.*

*Знать аксиомы* динамики и математическое *выражение основного* закона динамики.

Знать зависимости *для определения силы трения.*

**Содержание и задачи динамики**

*Динамика* — раздел теоретической механики, в котором уста­навливается связь между движением тел и действующими на них силами.

В динамике решают два типа задач:

* определяют параметры движения по заданным силам;
* определяют силы, действующие на тело, по заданным кине­матическим параметрам движения.

При поступательном движении все точки тела движутся одина­ково, поэтому тело можно принять за материальную точку.

Если размеры тела малы по сравнению с траекторией, его тоже можно рассматривать как материальную точку, при этом точкасовпадает с центром тяжести тела.

При вращательном движении тела точки могут двигаться не­одинаково, в этом случае некоторые положения динамики можно применять только к отдельным точкам, а материальный объект рас­сматривать как совокупность материальных точек.

Поэтому динамику делят на динамику точки и динамику материальной системы.

**Аксиомы динамики**

Законы динамики обобщают результаты многочисленных опы­тов и наблюдений. Законы динамики, которые принято рассматри­вать как аксиомы, были сформулированы Ньютоном, но первый и , четвертый законы были известны Галилею. Механику, основанную на этих законах, называют классической механикой.

*Первая аксиома* (принцип инерции)

*Всякая изолированная материальная точка находится в стоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, приложенные силы не выведут ее* из *этого состояния.*

Это состояние называют состоянием инерции. Вывести из этого состояния, т.е. сообщить ей некоторое ускорение, внешняя сила.

Всякое тело (точка) обладает инертностью. Мерой инертности является масса тела.

*Массой* называют *количество вещества в объеме тела,* в классической механике ее считают величиной постоянной. Единица измерения массы — килограмм (кг).

***Вторая* аксиома** (второй закон Ньютона — основной закон динамики)

Зависимость между силой, действующей на материальную точку, и сообщаемым ею ускорением следующая:

*F = та,*

где ***т*** — масса точки, кг; **а** — ускорение точки, м/с2.

*Ускорение, сообщенное материальной* точке *силой, nponoрционально величине силы и совпадает с направлением* силы.

Основной закон динамики в дифференциальной форме:

На все тепа на Земле действует сила тяжести, она телу ускорение свободного падения, направленное к центру Земли:

***G = mg,***



где *g* = 9,81 м/с2, ускорение свободного падения.

*Третья аксиома* (третий закон Ньютона) Силы *взаимодействия двух тел равны по* величине и *направлены*  *по одной прямой в разные стороны* (рис. 13.1):

При взаимодействии ускорения обратно пропорциональны мас­сам.

*Четвертая* **аксиома** (закон независимости действия сип) Каждая сила системы сил действует так, как она действовала бы одна.

Ускорение, сообщаемое точке системой сил, равно геометриче­ской сумме ускорений, сообщенных точке каждой силой в отдельно­сти.

**Понятие о трении. Виды трения**

Трение — сопротивление, возникающее при движении одного шероховатого тела по поверхности другого. Прискольжении тел воз­никает трение скольжения, при качении — трение качения. Природа сопротивлений движению в разных случаях различна.

***Трение скольжения***

Причина — механическое зацепление выступов. Сила сопроти­вления движению при скольжении называется *силой трения сколь­жения.*

Законы трения скольжения:

1. Сила трения скольжения прямо пропорциональна силе нор­мального давления:

*Fтр = Ff = fR,*



где *R —* сила нормального давления, направлена перпендикулярно опорной поверхности;

f— коэффициент трения скольжения.

В случае движения тела по наклонной плоскости

*R = G* cos a,

где а — угол наклона плоскости к горизонту.

*Сила трения всегда направлена в сторону, обратную напра­влению* движения.

2. Сила трения меняется от нуля до некоторого максимального значения, называемого силой трения покоя (статическое трение):

*Ff0* — *статическая* сила трения (сила трения покоя).

3. Сила трения при движении меньше силы трения покоя. Сила трения при движении называется *динамической* силой трения *(Ff):*

*Ff ≤ Ff0*

Поскольку сила нормального давления, зависящая от веса и на­правления опорной поверхности, не меняется, то различают стати­ческий и динамический коэффициенты трения:

*Ff = fR; Ffo = f0R.*

*Коэффициент трения скольжения* зависит от следующих фак­торов:

— от материала: материалы делятся на *фрикционные* (с боль­шим коэффициентом трения) и *антифрикционные* (с малым коэффи­циентом трения), например f = 0,14-0,15 (при скольжении стали по стали всухую), f = 0,2-0,3 (при скольжении стали по текстолиту);

* от наличия смазки, например f = 0,04-0,05 (при скольжении стали по стали со смазкой);
* от скорости взаимного перемещения.

***Трение качения***

Сопротивление при качении связано с взаимной деформацией грунта и колеса и значительно меньше трения скольжения.

Обычно считают грунт мягче колеса, тогда в основном дефор­мируется грунт, и в каждый момент колесо должно перекатываться через выступ грунта. Для равномерного качения колеса необходимо прикладывать силу FJlB .

Условие качения колеса состоит в том, что движущийся момент должен быть не меньше момента сопротивле­ния:

*Fдв*> *Nk;*

*N = G;*

*Fдв≥k*$\frac{G}{r}$

где k— максимальное значение пле­ча (половина колеи) принимается за коэффициент трения качения, размер­ность — сантиметры.

Ориентировочные значения k(опре­деляются экспериментально): сталь по стали — k = 0,005 см; рези­новая шина по шоссе — k= 0,24 см.

**Движение материальной точки. Метод кинетостатики**

*Иметь представление о свободных и несвободных материаль­ных точках, о силах инерции, об использовании силы инерции для решения технических задач.*

*Знать формулы для расчета силы инерции при поступатель­ном и вращательном движениях, знать принцип Даламбера и уметь определять параметры движения с использованием законов динамики и метода кинетостатики.*

**Свободная и несвободная точки**

Материальная точка, движение которой в пространстве не огра­ничено какими-нибудь связями, называется *свободной.* Задачи реша­ются с помощью основного закона динамики.

Материальные точки, движение которых ограничено связями, называются *несвободными.*

Для несвободных точек необходимо определять реакции связей. Эти точки движутся под действием активных сил и ограничиваю­щих движение реакций связей (пассивных сил).

Несвободные материальные точки освобождаются от связей: связи заменяются их реакциями. Далее несвободные точки можно рассматривать как свободные (принцип освобождаемости от связей).

**Сила инерции**

*Инертность* — способность сохранять свое состояние неизмен­ным, это внутреннее свойство всех материальных тел.

*Сила инерции* — сила, возникающая при разгоне или торможе­нии тела (материальной точки) и направленная в обратную сторо­ну от ускорения. Силу инерции можно измерить, она приложена к «связям» — телам, связанным с разгоняющимся или тормозящимся телом.

Рассчитано, что сила инерции равна

$$F\_{ин}=\left|ma\right|$$



Разгоняющееся тело (плат­форма с массой *т)* силу инерции не воспринимает, иначе разгон платформы вооб­ще был бы невозможен.

При вращательном движении (криволинейном) возникающее ускорение принято представлять в виде двух составляющих: нор­мального *an* и касательного *at* .

Поэтому при рассмотрении кри­волинейного движения могут воз­никнуть две составляющие силы инерции: нормальная и касательная *a* = *at + ап;*

$$a\_{t}=\frac{dv}{dt}=v^{/}; a\_{t}=εr; F\_{ин}^{t}=mεr;$$

$$a\_{n}=\frac{v^{2}}{r}; F\_{ин}^{t}=\frac{mv^{2}}{r}.$$



При равномерном движении по дуге всегда возникает нормаль­ное ускорение, касательное ускорение равно нулю, поэтому действует только нормальная составляющая силы инерции, направленная по радиусу из центра дуги.

*ω* =const;

$$F\_{ин}^{n}=ma\_{n}=m\frac{v^{2}}{r}=mω^{2}r$$

**Принцип кинетостатики (принцип Даламбера)**

Принцип кинетостатики используют для упрощения решения ряда технических задач.

Реально силы инерции приложены к телам, связанным с разго­няющимся телом (к связям).

Даламбер предложил *условно прикладывать* силу инерции к ак­тивно разгоняющемуся телу. Тогда система сил, приложенных к ма­териальной точке, становится уравновешенной, и можно при реше­нии задач динамики использовать уравнения статики.

Принцип Даламбера:

*Материальная точка под действием активных сил, реакций связей и условно приложенной силы инерции находится в равнове­сии:*

$$\sum\_{0}^{n}F\_{k}+\sum\_{0}^{n}R\_{k}+F\_{ин}=0; F\_{ин}=-ma.$$

***Порядок решения задач* с *использованием принципа Даламбера***

1. Составить расчетную схему.
2. Выбрать систему координат.
3. Выяснить направление и величину ускорения.
4. Условно приложить силу инерции.
5. Составить систему уравнений равновесия.
6. Определить неизвестные величины.

**Работа и мощность**

*Студент должен:*

*Иметь представление о работе силы при прямолинейном и криволинейном перемещениях, о мощности полезной и затрачен­ной, о коэффициенте полезного действия.*

*Знать зависимости для определения силы трения, формулы для расчета работы и мощности при поступательном и враща­тельном движениях.*

*Уметь рассчитывать работу и мощность с учетом потерь на трение и сил инерции.*

**Работа**

Для характеристики действия силы на некотором перемещении точки ее приложения вводят понятие «работа силы».

Работа служит мерой действия силы, работа — скалярная ве­личина.

***Работа постоянной силы на прямолинейном пути***

Работа силы в общем случае численно равна произведению мо­дуля силы на длину пройденного пути и на косинус угла между на­правлением силы и направлением перемещения

***W = FS*** cos ***α.***

Единицы измерения работы: 1 Дж (джоуль)= 1 Н·м; 1 кДж (килоджоуль) = 103 Дж. Рассмотрим частные случаи.

1. Силы, совпадающие с направлением перемещения, называ­ются *движущими силами.* Направление вектора силы совпадает с направлением перемещения.

В этом случае *а* = 0° (cos α = 1). Тогда *W = FS >* 0.

2. *Силы, перпендикулярные направлению перемещения, работы не производят*.

Сила *F* перпендикулярна направлению перемещения,

α = 90° (cos α = 0); *W* = 0.

3. Силы, направленные в обратную от направления перемеще­ния сторону, называются *силами сопротивления*

Сила *F* направлена в обратную от перемещения *S* сторону.

В этом случае α = 180° (cos α = -1), следовательно, *W* = - *FS <* 0.

 Движущие силы увеличивают модуль скорости, силы сопротивле­ния уменьшают скорость.

Таким образом, работа может быть положительной и отрица­тельной в зависимости от направления силы и скорости.

***Работа постоянной силы на криволинейном пути***

Пусть точка *М* движется по дуге окружности и сила *F* соста­вляет некоторый угол а с касате­льной к окружности (рис. 15.5).

Вектор силы можно разложить на две составляющие:

***F = Ft + Fn.***

Используя принцип незави­симости действия сил, определим работу каждой из составляющих силы отдельно:

***W(Ft) = FtΔS; W(Fn) = FnΔS,***

где *ΔS* = *М1М2* — пройденный путь.

*ΔS* = *φr.*

Нормальная составляющая силы Fn всегда направлена перпен­дикулярно перемещению и, следовательно, работы не производит: ***W(Fn) =* 0.**

При перемещении по дуге обе составляющие силы разворачива­ются вместе с точкой *М.* Таким образом, касательная составляющая силы всегда совпадает по направлению с перемещением.

Будем иметь: *W(Ft)* = *Ftφr.*

Касательную силу *Ft* обычно называют *окружной силой.*

Работа при криволинейном пути — это работа окружной силы:

*W(F) = W(Ft).*

Произведение окружной силы на радиус называют *вращающим моментом:*

*Мвр = Ft r.*

Работа силы, приложенной к вращающемуся телу, равна произ­ведению вращающего момента на угол поворота:

*W(F) = Мврφ.*

***Работа силы тяжести***

Работа силы тяжести зави­сит только от изменения высоты и равна произведению модуля си­лы тяжести на вертикальное пе­ремещение точки (рис. 15.6):



*W(G)* = *G(h - h2) = GΔh,*где *Δh* — изменение высоты.

При опускании работа положительна, при подъеме отрицательна.

***Работа равнодействующей силы***

Под действием системы сил точка массой *т* перемещается из положения *М1*в положение *М2*.

В случае движения под действием системы сил пользуются те­оремой о работе равнодействующей.

*Работа равнодействующей на некотором перемещении равна*

*алгебраической сумме работ системы сил на том же перемещении.*

**Работа и мощность. Коэффициент полезного действия**

*Студент должен:*

*Иметь представление о мощности при прямолинейном и кри­волинейном перемещениях, о мощности полезной и затраченной,* ***о*** *коэффициенте полезного действия.*

*Знать зависимости для определения мощности при поступа­тельном и вращательном движениях,* КПД.

*Уметь рассчитать мощность с учетом потерь на трение и сил инерции.*

**Мощность**

Для характеристики работоспособности и быстроты соверше­ния работы введено понятие мощности.

Мощность - работа, выполненная в единицу времени:

Единицы измерения мощности: ватты, киловатты,

1 Н м = 1Вт; 103Вт = 1кВт. с

***Мощность при поступательном,* движении**

$$P=Fv\_{ср}cosα$$

Где F — модуль силы, действующей на тело; vcp — средняя скорость движения тела. Средняя мощность при *поступательном движении равна про­изведению модуля силы на среднюю скорость перемещения и на ко­нус угла между направлениями силы и скорости.*

***Мощность при вращении***

$$P=\frac{M\_{вр} φ}{t}=M\_{вр}ω\_{ср}$$

где $ω\_{ср}$ — средняя угловая скорость.

*Мощность силы при вращении равна произведению вращающе­го момента на среднюю угловую скорость.*

Если при выполнении работы усилие машины и скорость дви­жения меняются, можно определить мощность в любой момент вре­мени, зная значения усилия и скорости в данный момент.

**Коэффициент полезного действия**

Каждая машина и механизм, совершая работу, тратит часть энергии на преодоление вредных сопротивлений.

Таким образом, машина (механизм) кроме полезной работы со­вершает еще и дополнительную работу.

Отношение полезной работы к полной работе или полезной мощ­ности ко всей затраченной мощности называется коэффициентом по­лезного действия (КПД):

$$ƞ=\frac{P\_{пол}}{P\_{зат}}$$

Затраченная мощность больше полезной на величину мощности, идущей на преодоление трения в звеньях машины, на утечки и тому подобные потери.

Чем выше КПД, тем совершеннее машина

**Общие теоремы динамики**

*Студент должен:*

*Иметь представление о понятиях «импульс силы», «количе­ство движения», «кинетическая энергия»; о системе материаль­ных точек, о внутренних и внешних силах системы.*

*Знать основные теоремы динамики, основные уравнения дина­мики при поступательном и вращательном движениях твердого тела, формулы для расчета моментов инерции некоторых одно­родных твердых тел.*

*Уметь определять параметры движения с помощью теорем динамики.*

**Теорема об изменении количества движения**

*Количеством движения* материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы точки на ее скорость *mv.*

Вектор количества движения совпадает по направлению с вектором скорости. Единица измерения *[mv]* = кг-м/с.

Произведение постоянного вектора силы на некоторый проме­жуток времени, в течение которого действует эта сила, называется *импульсом силы Ft.*

Вектор импульса силы по направлению совпадает с вектором силы.

*[Ft] -* Н • с =кг • м/с2

Использовав основное уравнение динамики, после преобразованияможно получить соотношение между количеством движения и импульсом силы

$$Ft=m\left(v-v\_{0}\right)$$

Полученное равенство выражает теорему об изменении количества движения точки:

*Изменение количества движения точки за некоторый промежуток времени равно импульсу силы, действующему на точку в течение того же промежутка времени.*

**Теорема об изменении кинетической энергии**

Энергией называется способность тела совершать механиче­скую работу.

Существуют две формы механической энергии: потенциальная энергия, или энергия положения, и кинетическая энергия, или энер­гия движения.

Потенциальная энергия (П) определяет способность тела совер­шать работу при опускании с некоторой высоты до уровня моря.Потенциальная энергия численно равна работе силы тяжести.

П = *Gh,* где *h* — высота точки над уровнем моря.

Кинетическая энергия (К) определяется способностью движу­щегося тела совершать работу. Для материальной точки кинетическая энергия рассчитывается по формуле

$$K=\frac{mv^{2}}{2}$$

Кинетическая энергия — величина скалярная, положительная.

Энергия имеет размерность работы.

$$W=\frac{mv^{2}}{2}-\frac{mv\_{0}^{2}}{2}$$

Это равенство выражает теорему об изменении кинетической энергии точки:

*Изменение кинетической энергии на некотором участке пути равно работе действующих на точку сил на том же пути.*

**Основы динамики системы материальных точек**

*Совокупность материальных* точек, связанных *между собой* силами *взаимодействия, называется механической системой.*

Любое материальное тело в механике рассматривается как меха­ническая система, образуемая совокупностью материальных точек.

Из определения механической системы следует, что движение каждой из точек, входящих в систему, зависит от движения осталь­ных точек.

Силы, действующие на точки системы, делятся на внешние и внутренние. Силы взаимодействия *между* точками *этой системы* называют внутренними. К внешним силам относятся силы, действу­ющие со стороны точек, не *входящих* в эту систему.

Примерами внешних сил являются сила тяжести, сила давле­ния, сила трения и др.

К внутренним силам относятся силы упругости.

Движение механической системы зависит не только от внешних сил, но и от суммарной массы системы

$m=\sum\_{0}^{n}∆m\_{k}$, где $∆m\_{k}$—масса отдельных точек механической системы.

Движение системы зависит и от положения центра масс си­стемы — условной точки, в которой сосредоточена вся масса тела. Обычно считают, что в центре масс *приложены все внешние силы.*

Движение центра масс определяет движение всей системы толь­ко при поступательном движении, при котором все точки тела дви­жутся одинаково.

***Основное уравнение динамики при поступательном движении тела***

Для определения движения тела (системы материальных точек) можно использовать второй закон динамики

FΣ = *тас,*

где m — суммарная масса тела; *ас*— ускорение центра масс тела.

Вполе земного притяжения *центр масс совпадает с центром тяжести.*

***Основное уравнение динамики вращающегося тела***

$$M\_{z}=J\_{z}ε$$

Величина $J\_{z}$ называется *моментом инерции тела от­носительно оси вращения*.

где *Мz* — сумма моментов внешних сил относительно оси; *ԑ* — угловое ускорение тела.

Момент инерции тела в этом выражении определяет *меру инертности* тела при вращении.

По выражению для момента инерции можно определить, что да измерения этой величины в системе СИ *[Jz] = [тr2]* =кг м2. Видно, что значение момента инерции зависит от распределения относительно оси вращения: при одинаковой массе момент инерциибольше, если основная часть массы расположена дальше от вращения. Для увеличения момента инерции используют колеса со спицами и отверстиями.

***Моменты инерции некоторых тел***

Момент инерции сплошного цилиндра - $J\_{z}=\frac{mr^{2}}{2}$

Момент инерции полого тонкостенного цилиндра - $J\_{z}=mr^{2}$

Момент инерции прямого тонкого стержнялюбого поперечного сечения: $J\_{z}=\frac{ml^{2}}{3}$ - относительно продольной оси

$J\_{z}=\frac{ml^{2}}{12}$ - относительно перпендикулярной оси

Момент инерции шара - $J\_{z}=\frac{2}{5}mr^{2}$